

Matematica finanziaria: soluzioni della prova scritta del 7 giugno 2006

1. Sul listino prezzi della compagnia di assicurazioni *morstuavitamea* è riportato il prezzo di 1000€ per una rendita mensile, di durata 30 anni, di rata R costante e posticipata. Calcolare R assumendo che:
- (a) il tasso di valutazione su operazioni finanziarie di questo tipo è il 9% annuo;
 - (b) *morstuavitamea* guadagna su questo tipo di operazioni il 10% sul totale.

Soluzione. È un classico problema di calcolo rata. Bisogna però fare attenzione al fatto che il valore attuale della rendita non è il prezzo che compare sul listino (altrimenti il venditore non guadagnerebbe nulla!) bensì un prezzo x che aumentato del 10% dà il prezzo di listino (e quindi la soluzione dell'equazione $1.1x = 1000$). Viene 7.08621. ■

2. Vengono emesse delle obbligazioni dal valore facciale di 1000€ ciascuna, di durata 3 anni e tasso annuale di remunerazione del 10%. Il rimborso è progressivo uniforme sui 3 anni. Calcolare il prezzo di un'obbligazione rimborsata al terzo anno, usando un tasso di valutazione del 12%.

Soluzione. È come l'esercizio 2 dell'esonero del 17 maggio 2006. Viene 951.963. ■

3. Scrivere il piano di ammortamento francese di un prestito di 5000€ rimborsabile in 4 anni e remunerato al 10% annuo.

Soluzione.

anno	QC	QI	Rata	DR
1	1077.35	500	1577.35	3922.65
2	1185.08	392.265	1577.35	2737.57
3	1303.59	273.757	1577.35	1433.97
4	1433.97	143.396	1577.35	0

4. Calcolare (al meglio di due cifre decimali) il TAN e il TAEG di un finanziamento di 1000€ in 4 rate annuali da 250€, supponendo le spese accessorie pari a 50€ per l'apertura del finanziamento.

Soluzione. La somma delle rate è uguale alla somma finanziata, pertanto il TAN viene 0. Al meglio di due cifre decimali il TAEG viene 0.02. ■

5. Un capitale di 1000€ può essere investito per 11 mesi nei seguenti modi:

- (a) in regime esponenziale, al tasso annuale di interesse del 6%.
- (b) in regime lineare, al tasso annuale di interesse del 6%.
- (c) in regime esponenziale, al tasso nominale annuo del 6% pagabile mensilmente, senza reinvestimento delle cedole.

Decidere quale delle tre ipotesi di investimento è la più conveniente senza fare alcun conto.

Soluzione. Tra (a) e (b) vince (b), perché il tasso dato è annuale e la durata dell'investimento è inferiore a un anno. Osserviamo poi che un regime al tasso nominale i senza reinvestimento delle

cedole è equivalente a un regime lineare al tasso effettivo i , perché le cedole si accumulano e alla fine del periodo danno esattamente la percentuale nominale. Dunque l'ipotesi (c) è perfettamente equivalente all'ipotesi (b). ■

6. Determinare il tasso a cui valutare l'operazione finanziaria $(-100, 50, 60)$ affinché il REA sia pari a 20€.

Soluzione. Per essere il REA pari a 20, il tasso di valutazione deve essere negativo, precisamente pari a -0.05 . Si può interpretare dicendo che l'acquisto di questa operazione finanziaria al prezzo 20 non è conveniente. ■

7. Nelle ipotesi di una struttura per scadenze data dalla tabella 1, si calcoli il tasso spot $i(2)$ assumendo l'esistenza di un'operazione finanziaria $(-200, 50, 60, 40, 50, 60)$ (solo CLEA, no CLEAI).

Tabella 1: Tassi spot rilevati per i prossimi 5 anni.

anno	1	2	3	4	5
tasso spot	0.05	$i(2)$	0.07	0.08	0.09

Soluzione. Il tasso spot richiesto si trova risolvendo l'equazione $-200 + 50/1.05 + 60/(1+x)^2 + 40/1.07^3 + 50/1.08^4 + 60/1.09^5 = 0$, e viene 0.167992. ■